



TITLE:

差分加熱による回転流体中の対流 (回転流の数理解析)

AUTHOR(S):

木村, 龍治

CITATION:

木村, 龍治. 差分加熱による回転流体中の対流 (回転流の数理解析). 数理解析
研究所講究録 1999, 1075: 117-126

ISSUE DATE:

1999-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/62620>

RIGHT:

差分加熱による回転流体中の対流

東大 海洋研究所 木村龍治 (Ryuji Kimura)

1. はじめに

ここで問題にするのは惑星規模の大気循環である。太陽系の惑星は、水星を除いて、いずれも大気に覆われている。惑星から遠く離れて観察すれば、惑星は真空の宇宙に浮かんで、一定の回転数で自転している。その外側を一定の厚さで大気が覆っている。大気を構成している物質は、外界との交換がほとんどないので、物質的には、ほとんど孤立系である。そこに、一定強度の太陽放射が常に降り注いでいる。太陽は遠くにあるから、太陽放射はほとんど平行光線である。簡単のために春分と秋分の時期を考えれば、太陽放射は赤道の真上から降り注ぐので、北半球も南半球も放射環境は対称的である。その放射エネルギーによって、大気は加熱されるが、単位面積の地表面に降り注ぐ日射量は緯度と共に減少するので、気温の南北差が生じ、その結果、惑星規模の大気循環（大気大循環）が生まれる。従って、大気大循環は、緯度方向の差分加熱によって発生する一種の対流と考えることができる。その際、惑星が自転していることが、力学的に重要な効果を与える。自転していないと、昼と夜の場所がほぼ固定されるので、昼夜間の差分加熱が生じる。一日の長さが地球時間の約 100 日もある金星の大循環は、その効果が無視できないかも知れないが、その他の惑星は十分速く自転しているので、昼夜間の温度差は均され、緯度方向の温度差が大気大循環の原動力になっている。

2. 回転円筒容器内の差分加熱による対流

回転する球面を覆う流体に導入された差分加熱による対流という枠組みから考えると、大気大循環は力学的に単純な現象のように見える。しかし、例えば、実験室で大気大循環と同じような対流を作ろうと思うと、球面というのは大変扱い難い。惑星の場合は、重力が球の中心に向いているから対称性がよいが、実験室内の重力はどこでも下向きであるから、球面を用いた対流は再現が難しいのである。そこで、球面の代わりに円筒の容器を用いることが考えられる。例えば、図 1 (a) に示すような断熱壁をもった円筒容器に水を満たし、下面の中心付近の円形領域を冷却するという問題ならば実験室で再現できる。容易に想像できるように、容器が回転していなければ、中心付近で冷却された水が軸対称的に底面に沿って外側に広がり、それを補うように流体内部に中心に集まる流れが生じる（それをポロイダル場と呼ぶ）。もし、容器が回転していると、角運動量保存則によって、流体のリングの半径が変化すると、リングの角速度が変化するので、容器の中心軸のまわりを容器と相対的に回転する渦が生じる（それ

をトロイダル場と呼ぶ)。流れが軸対称であれば、流れ場は、トロイダル場とポロイダル場の重ね合わせとして捕らえることが出来る。その際、2つの場に配分される運動エネルギーはどのような規則に従って変化するのだろうか。この問題では、流体の粘性と、境界における粘着条件が重要な因子になる。容器の壁と流体の間に円周方向の応力が働くと、流体と容器の間に角運動量の輸送が生じるから、初期（剛体回転）に流体がもっていた全角運動量は保存されない。場合によって、いくらでも流体が速く回転することがあり得る（金星の大気は、剛体回転の状態にもつと予想される角運動量より、はるかに大きな角運動量をもっている。この現象を金星大気の super rotation という）。以下に大学院生（Cheong Hyeong-Bin）との共同研究の結果を紹介する。円筒容器内の現象には、2種類の境界層が関係している。ひとつは、回転が無い場合、冷気が中心付近から外側に流出する際の冷気の厚さで、これを成層境界層と呼ぶことにする。成層境界層の厚さ δs は、冷却域の半径を L とすれば、

$$\delta s = Ra^{-1/5} L \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 Ra は、ベナール・レーリー対流の問題に現れるレーリー数と同じような無次元数で、

$$Ra = \frac{ag\Delta TL^3}{\kappa\nu} \quad (2)$$

で定義される。但し、 ΔT は初期の流体の温度と冷却域の表面温度との差である。その他の物理量はレーリー数と同じである（但し、 L は冷却域の半径）。もう一つの境界層は回転流体に独特のエクマン境界層で、

$$\delta e = \sqrt{\frac{\nu}{f}} \quad (3)$$

で与えられる。円筒容器内の流れの構造は、このふたつの境界層の厚さの比で表される無次元量：

$$F = \frac{\delta s}{\delta e} Pr \quad (4)$$

で整理することができる。但し、 Pr は、プラントル数である。図2は、円周速度の最大値と半径方向の速度の最大値を F の関数として示したものであるが、 $F = 1$ の近くを境に、大小関係が逆転することが分かる。 F が1より大きいと、円周速度（トロイダル場の代表）のほうが、半径方向の速度（ポロイダル場の代表）よりはるかに大きくなる。トロイダル場の速度分布は境界条件に依存する。図3に境界条件をいろいろ変えた数値実験の結果を示す。境界の線が太いものが粘着条件を科し、細いものはスリップする条件を与えた。境界条件によっ

て、容器の回転より速い部分の帯状流（地球でいえば西風）と遅い部分の帯状流（東風）の分布がいろいろ変化することがわかる。

3. 球面の場合

同じような数値実験を図1 (b) に示したような球面上で行うことができる。その結果が図4であるが、境界条件が図3 (c) と同じであるにもかかわらず、帯状流の分布は異なっている。その違いは、主に、容器の外縁の下面にある流体のリングが上昇するとき、円筒容器ではリングの半径は同じであるが、球面ではリングの半径が大きくなるためである。一般に、大気循環では、水平面内に働くコリオリの力が問題になる。円筒容器では、底面に垂直な回転成分は、半径によらず同じであるが、球面では、緯度によって変化する（赤道ではコリオリの力は無視できる）。このようにコリオリの力が緯度によって異なる効果は、球面に独特なもので、ベーター効果と呼ばれる。

4. 軸対称の破綻

上述した議論は、いずれも、対流が軸対称の構造を保っている場合の話である。実際の惑星をみると、ほとんどの惑星で軸対称構造のずれがみられる。地球の場合、中高緯度の大気は軸対称構造から大きく外れている。その原因は、地形など境界条件が経度方向に不均一であることも一因であるが、最大の原因は、帯状流が流体力学的な不安定を起こして、高低気圧の渦が発生するためである。この不安定を傾圧不安定という。傾圧不安定を起こした状態で、平均状態の帯状流の分布が惑星の自転速度によってどのように変化するか調べることは、現実の大気循環のメカニズムを理解する上で重要である。ここでは、地球大気の大気大循環モデルを利用し、但し、自転速度だけをいろいろ変化させた場合の帯状流の分布を調べた Williams and Holloway Jr. (Nature, 297(1982)27) の結果を図5に引用するに留める。

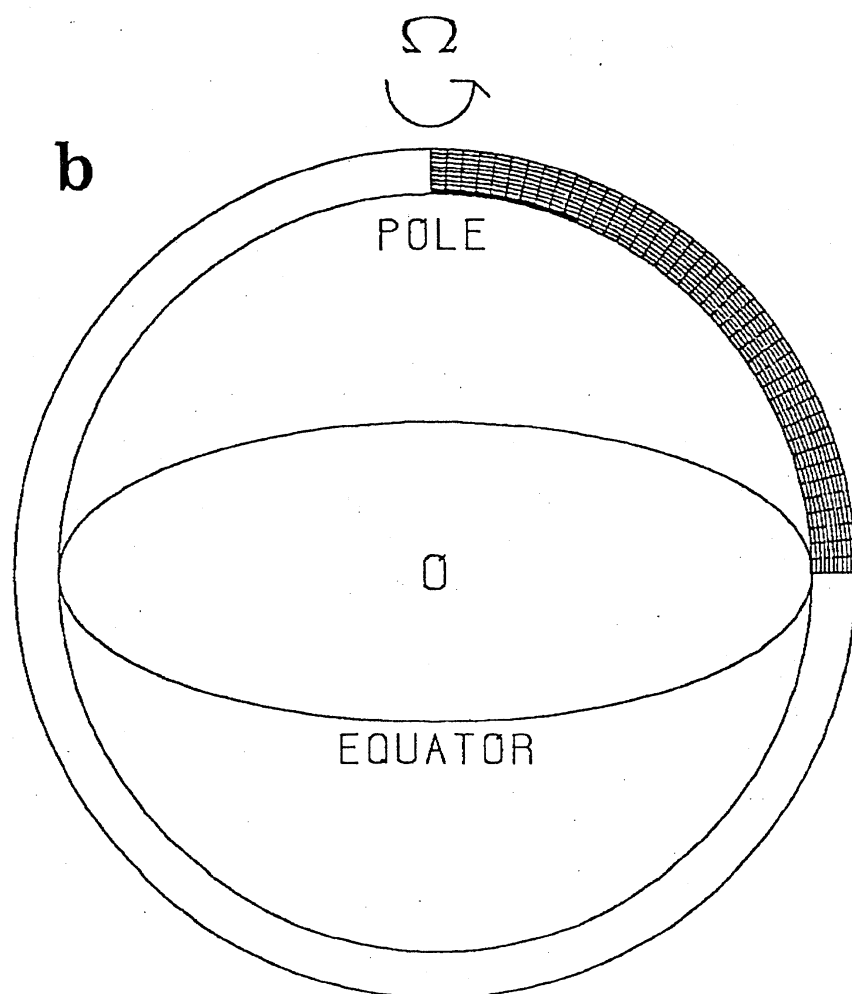
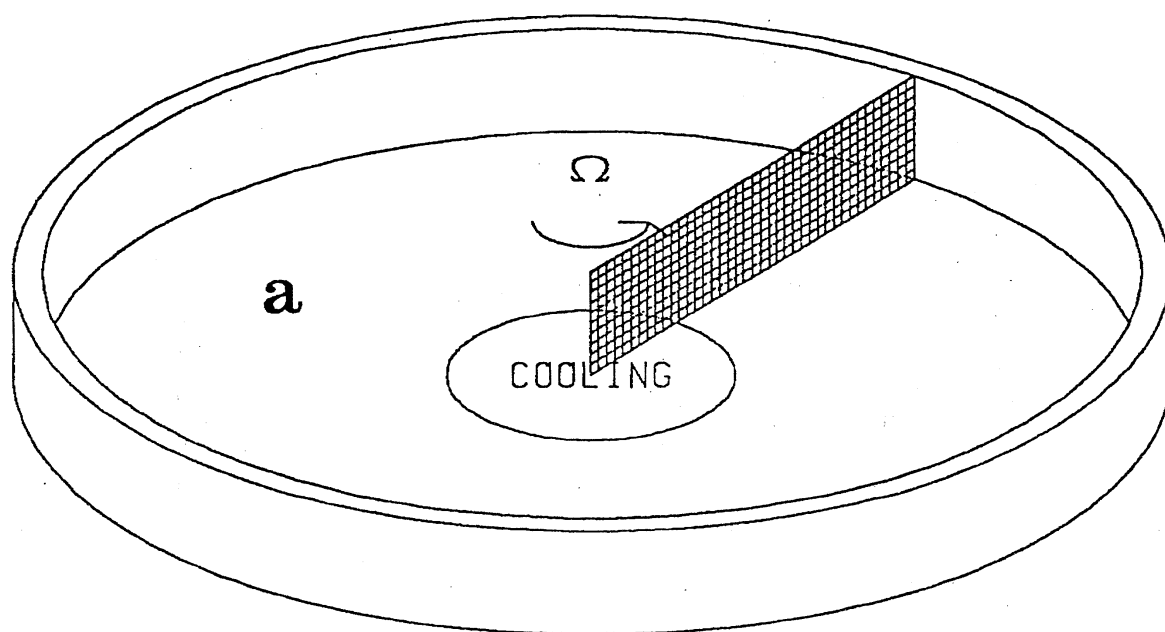
図1 数値実験のモデル。(a)は円筒容器で、底面の中心部分を初期の水溫より低く保つ。流れは軸対称流を仮定し、編み目をかけた領域内の計算を行った。(b)は、球面容器である。図には書いていないが、やはり、北極の近くの底面を低溫に保つ。共に、一定の角速度で回転している状態を考察する。

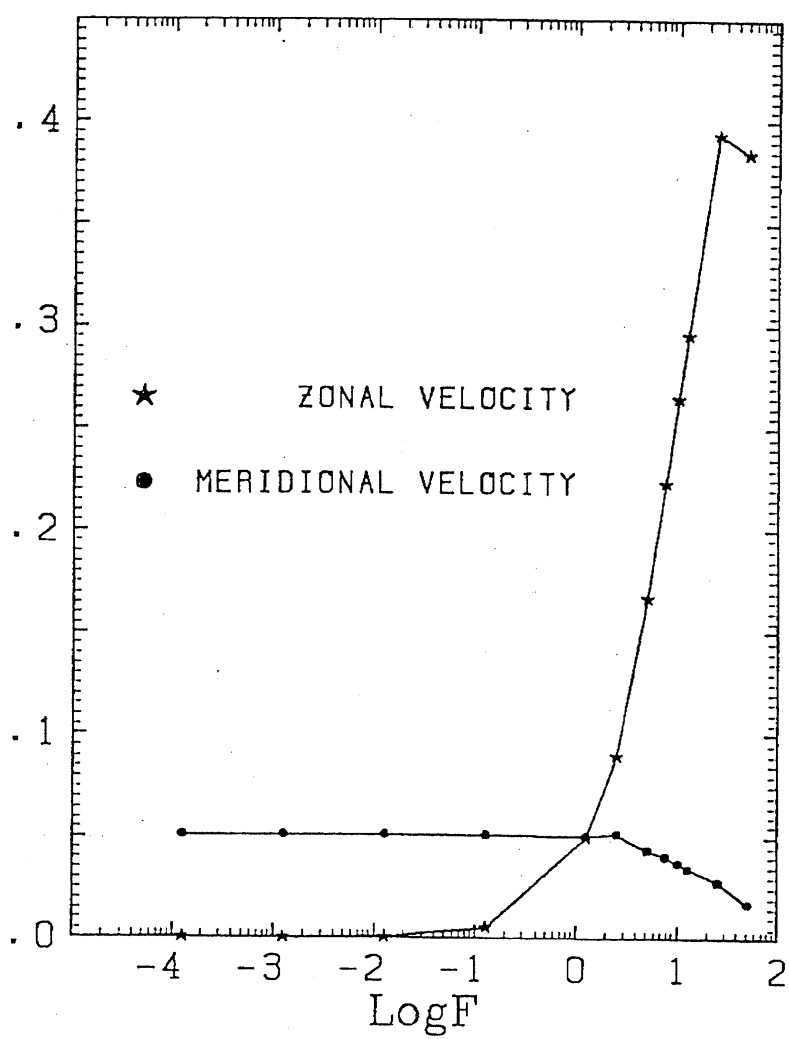
図2 帯状流（星印）の最大値と半径方向の流速の最大値（黒丸）の無次元量 F との関係。 F の定義は本文参照。

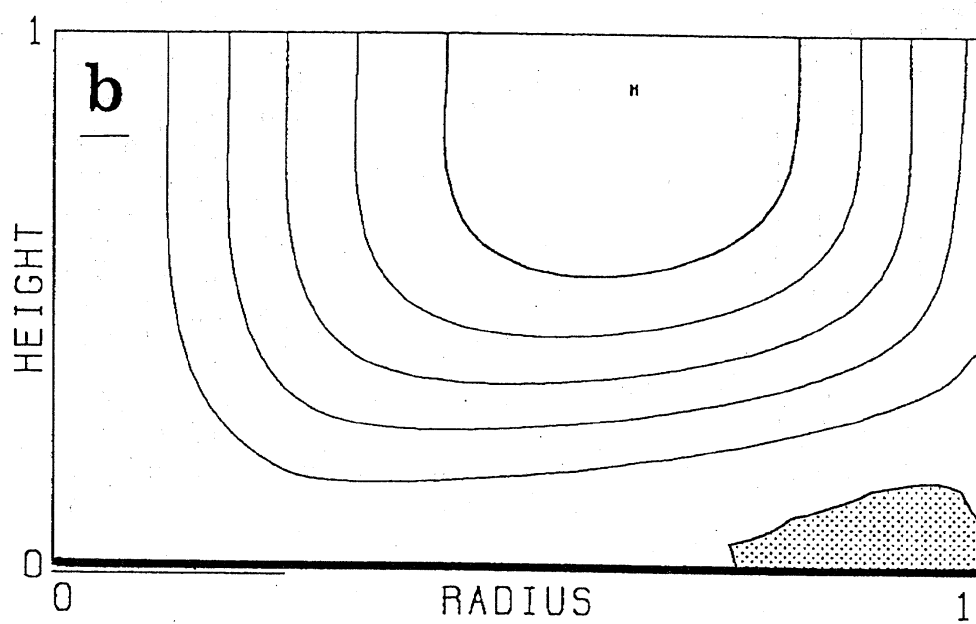
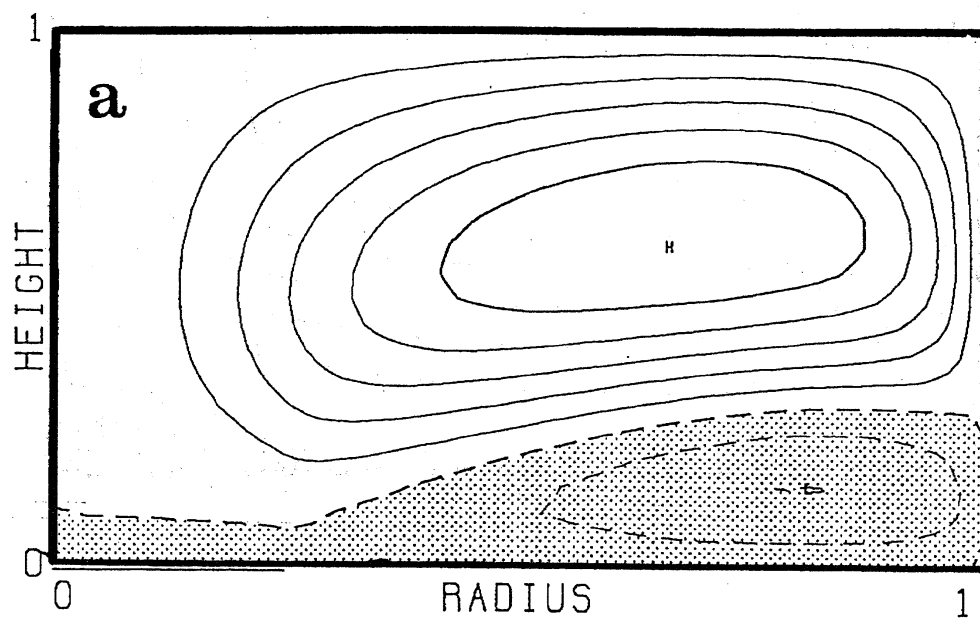
図3 相対的な角運動量の分布。白い部分は西風、影の部分は東風。(a) すべての壁で粘着条件を科した場合、(b) 底面のみ粘着条件で、上面と側面はスリップ。(c) 上面のみスリップ。(d) 全体の壁がスリップの場合。

図4 球面で計算した場合。境界条件は、図3 (c) と同じ。

図5 大気大循環モデルにおける帯状流の分布。惑星の回転速度をいろいろ変えて計算した結果。回転角速度は地球の自転角速度で規格化してある。







3 (z01)

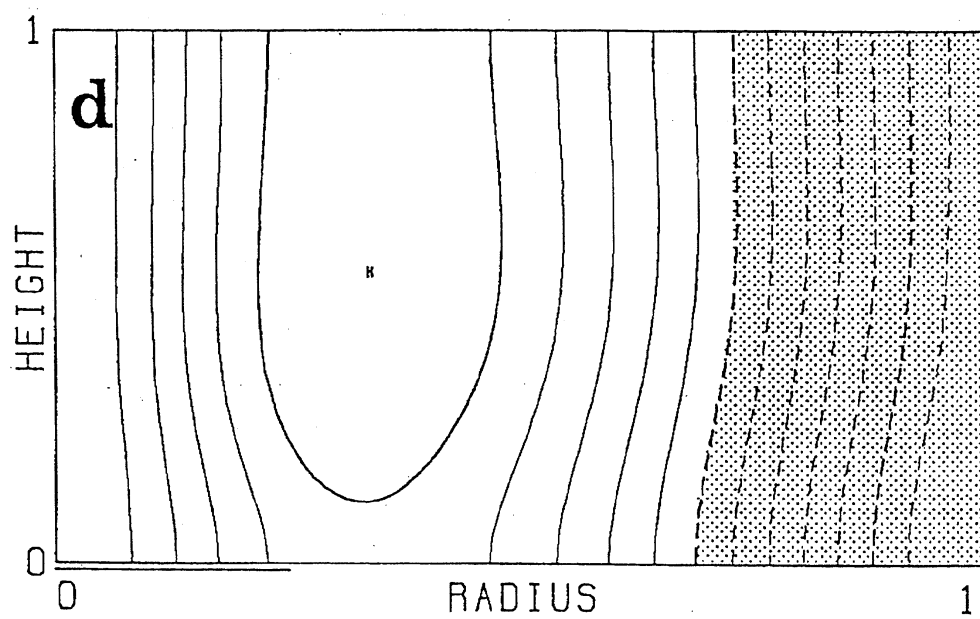
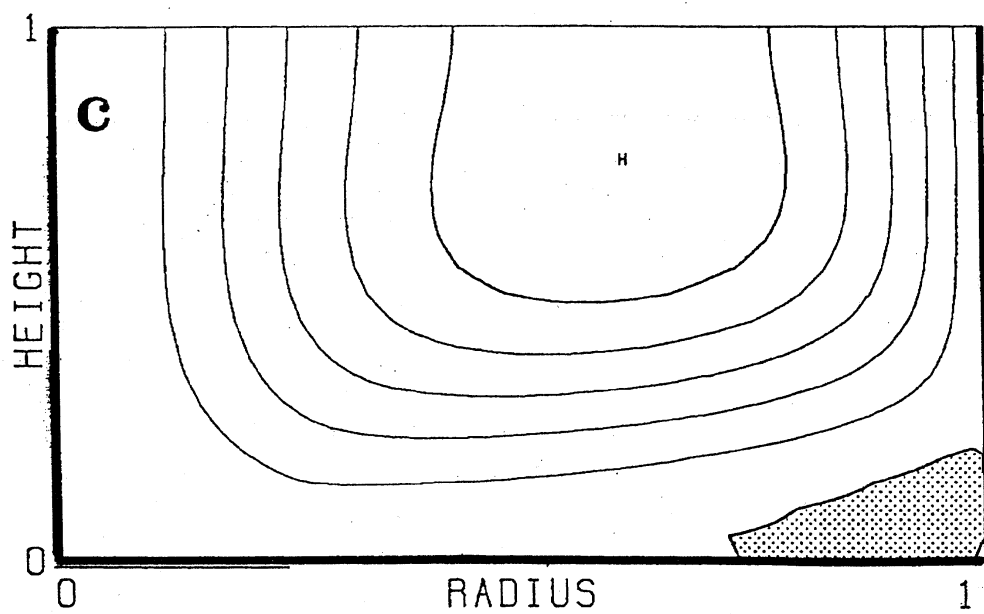
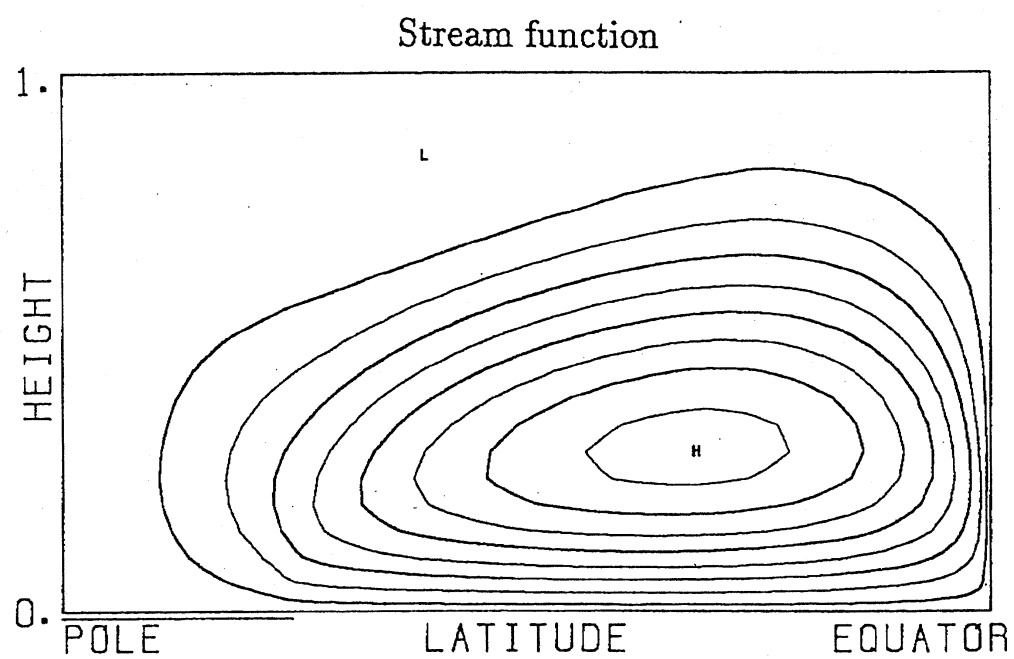
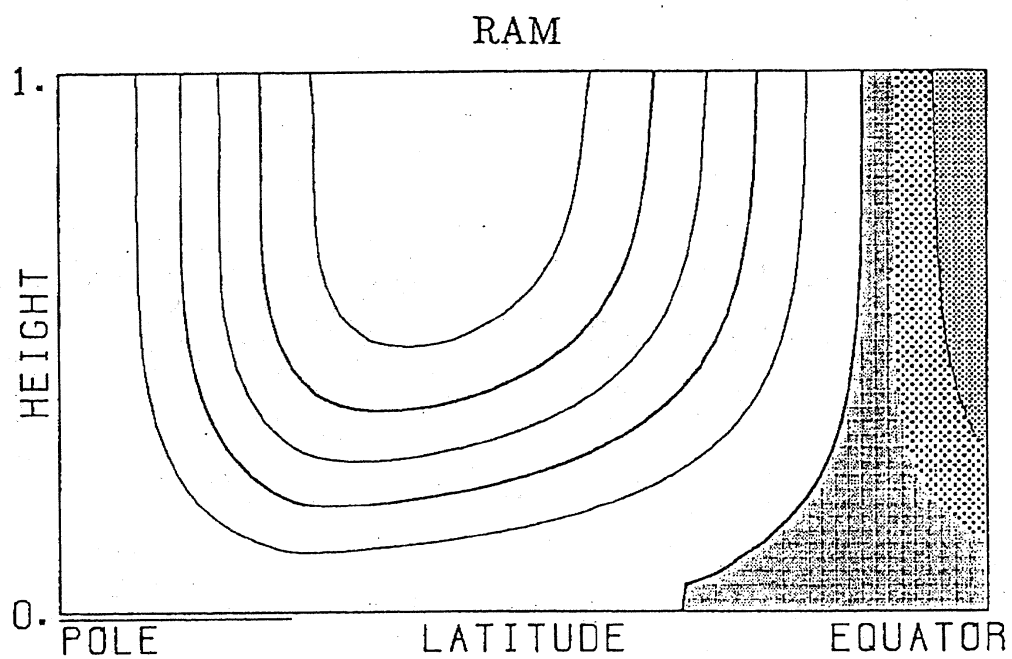
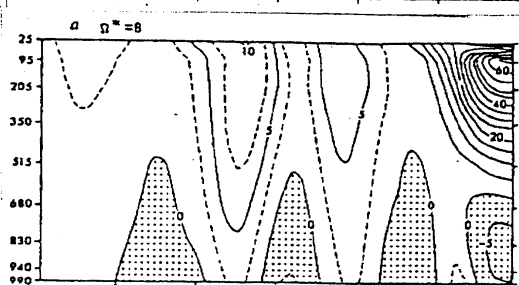
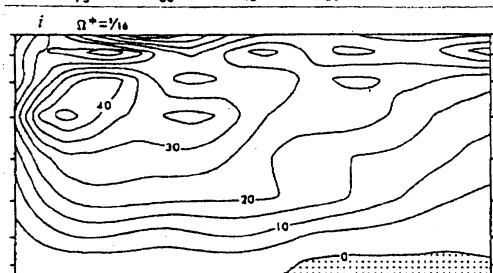
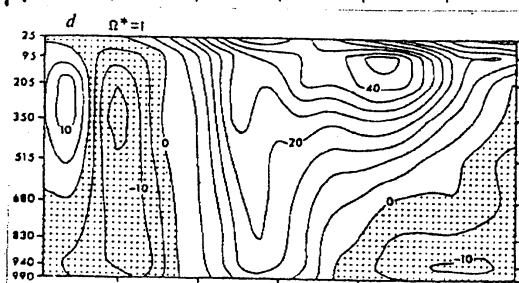
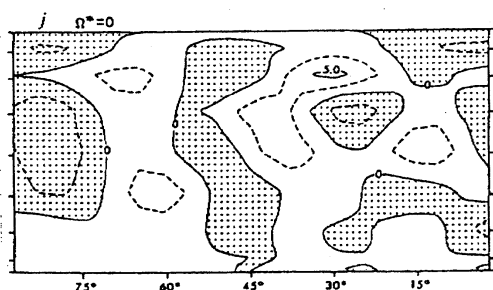
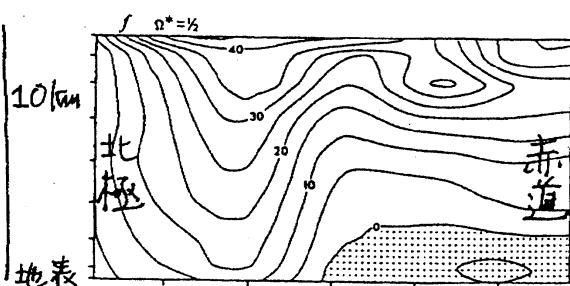


Fig 3 (292)



惑星の自転角速度と
東西方向の風の分布
白: 西風, 灰: 東風
 $\Omega^* = \Omega / \Omega_E \leftarrow$ 地球



G.P. Williams & J.L. Holloway Jr.
Nature 297 (1982) 27 May

125